

PAT 1 (ต.ค. 55)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 6 ตุลาคม 2555 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 5 คะแนน

1. กำหนดให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์และให้ A, B และ C เป็นสับเซตของ U ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- | | |
|--|--|
| 1. $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$ | 2. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$ |
| 3. $A - (B - C) = A \cap (B' \cap C')$ | 4. $(A \cup B) - C = A \cup (B - C)$ |

2. กำหนดให้ p และ q เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

- | | |
|---|--|
| 1. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ | 2. $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ |
| 3. $[(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ | 4. $[(p \wedge q) \Rightarrow \sim q] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ |

3. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า p, q และ r เป็นประพจน์โดยที่ $p \Rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

แล้ว $r \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow r)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

(ข) กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 2x + 3\}$ เมื่อ \mathbb{R} คือเซตของจำนวนจริง

แล้ว $\exists x[3^x + 6 = 3^{3-x}]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

4. กำหนดให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม

ให้ $A = \{x \in I \mid |2x + 7| \leq 9\}$ และ $B = \{x \in I \mid |x^2 - x - 1| > 1\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) จำนวนสมาชิกของเซต $A \cap B$ เท่ากับ 7

(ข) $A - B$ เป็นเซตว่าง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

5. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $(x - 2)^{x^2+2} < (x - 2)^{2x+10}$ เมื่อ $x > 2$

แล้ว A เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|-----------|-------------|-------------|-----------|
| 1. (2, 3) | 2. (3.5, 5) | 3. (2.5, 4) | 4. (4, 7) |
|-----------|-------------|-------------|-----------|

6. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง และให้ I แทนเซตของจำนวนเต็ม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันจาก R ไปยัง R โดยที่ $f(x+5) = x^3 - x^2 + 2x$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

และ $g^{-1}(2x-1) = x+4$ สำหรับทุกจำนวนจริง x พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $(f-g)(0) < -169$

(ข) $\{x \in I \mid (g \circ f)(x) + 5 = 0\}$ เป็นเซตว่าง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

7. กำหนดให้ $r = \left\{ (x, y) \in I \times I \mid y = \frac{2x^2-8}{x^2+1} \right\}$ เมื่อ I แทนเซตของจำนวนเต็ม จำนวนสมาชิกของเซต $D_r - R_r$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------|------|------|------|
| 1. 2 | 2. 4 | 3. 5 | 4. 7 |
|------|------|------|------|

8. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} + \cos \pi = \frac{1}{2}$

(ข) $\tan \frac{7\pi}{16} - \tan \frac{3\pi}{8} = \operatorname{cosec} \frac{\pi}{8}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก | 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด |
| 3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก | 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด |

9. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\cos 75^\circ = (2 - \sqrt{3}) \cos 15^\circ$

2. $\cos 10^\circ + \sin 40^\circ = \cos 20^\circ$

3. ถ้า A เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\frac{\tan 3A}{\cot A} = \frac{\cos 2A + \cos 4A}{\cos 2A - \cos 4A}$

4. ถ้า A และ B เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\sin 2A + \cos 2B = 2 \sin(A - B) \cos(A + B)$

10. ถ้า $\operatorname{arcsec} x = \arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} - 2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}$ แล้ว $\cot\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arcsec} x\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{13}{9}$

2. $\frac{13}{9}$

3. $-\frac{13}{16}$

4. $\frac{13}{16}$

11. แกนเอกของวงรีเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ กับวงกลม

$x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$ และโฟกัสจุดหนึ่งของวงรีอยู่บนเส้นตรง $x + 2\sqrt{3} = 0$

สมการของวงรีตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. $x^2 + 4y^2 - 8x = 0$

2. $x^2 + 4y^2 + 24y + 20 = 0$

3. $4x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$

4. $4x^2 + y^2 - 32x + 48 = 0$

12. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ $3^{(1+2x)} + 9^{(2-x)} = 244$ แล้วเซต A เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้
1. $(-1, 4)$
 2. $(-2, 0.5)$
 3. $(0, 5)$
 4. $(-3, 0)$

13. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 3×3 และ $\det(A) \neq 0$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (ก) $(\det(A))^3 = \det(\text{adj}(A))$

(ข) ถ้า $A^2 = 2A$ แล้ว $\det(A) = 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

14. กำหนดให้ $P = 3x + 4y$ เป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ โดยมีสมการข้อจำกัดดังนี้
- $$2x + 3y \geq 6$$
- $$2x - y \leq 10$$
- $$0 \leq y \leq x$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) P มีค่ามากที่สุด เท่ากับ 70

(ข) ถ้าจุด (a, b) ที่ทำให้ P มีค่าต่ำสุด แล้ว จุด (a, b) สอดคล้องกับสมการ $x - y = 3$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก
2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

15. กำหนดให้ \vec{u} , \vec{v} และ \vec{w} เป็นเวกเตอร์บนระนาบซึ่ง $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$, $\vec{u} \cdot \vec{w} = 8$ และ $\vec{v} \cdot \vec{w} = -2$
 ถ้าเวกเตอร์ \vec{w} ทำมุม $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$ กับเวกเตอร์ \vec{u} และเวกเตอร์ \vec{w} ทำมุม $\pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ กับเวกเตอร์ \vec{v}
 แล้ว ค่าของ $|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6 2. 10 3. 14 4. 18

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นความยาวด้านของด้านตรงข้ามมุม A มุม B และ
 มุม C ตามลำดับ โดยที่ $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$ แล้ว $\sin C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4. 1

17. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $z^2 - 3z + 4 = 0$

ค่าของ $(|z_1|^2 + |z_2|^2) \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

21. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|1+x-2x^2|}{\sqrt{x+3}-2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -12 2. 0 3. 12 4. หาค่าไม่ได้

22. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่หน้าลูกเต๋าลูกหนึ่งขึ้นแต้ม a และหน้าลูกเต๋าลูกอีกลูกหนึ่งขึ้นแต้ม b โดยที่ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{9}$ 2. $\frac{1}{6}$ 3. $\frac{1}{18}$ 4. $\frac{1}{12}$

23. กำหนดให้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นเส้นตรง

x	1	2	3	4	5
y	3	4	6	7	10

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้าสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล คือ $y = mx + c$ แล้ว $m + c$ เท่ากับ 2.6

(ข) ถ้า $x = 15$ แล้ว $y = 26.4$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก 2. (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก 4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

24. จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่ง ปรากฏว่าคะแนนสอบของนักเรียนมีการแจกแจงปกติและกำหนดพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ระหว่าง 0 ถึง z ดังตารางต่อไปนี้

z	0.5	1.0	1.5	2.0
พื้นที่	0.192	0.341	0.433	0.477

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) ถ้านักเรียนคนหนึ่งในห้องนี้สอบได้คะแนนน้อยกว่าค่าฐานนิยมอยู่สองเท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียนคนนี้ เท่ากับ -2
- (ข) ถ้าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องนี้ มีค่ามัธยฐานเท่ากับ 60 คะแนน และมีนักเรียนในห้องนี้สอบได้คะแนนน้อยกว่า 54 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 15.9 ของนักเรียนในห้องนี้ แล้วสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนสอบนี้เท่ากับ 0.1

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- (ก) ถูก และ (ข) ถูก
- (ก) ถูก แต่ (ข) ผิด
- (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก
- (ก) ผิด และ (ข) ผิด

25. ให้เติมจำนวน $0, 1, 2, 3$ ลงในตาราง 4×4 ต่อไปนี้ (ช่องละ 1 จำนวน)

a		b	2
	3		0
c		d	1
2	0	1	3

โดยที่ แต่ละแถวต้องมีจำนวนเต็ม $0, 1, 2$ และ 3

แต่ละหลักต้องมีจำนวนเต็ม $0, 1, 2$ และ 3

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) ถ้า $a < c$ แล้ว $b < d$ (ข) ถ้า $a > b$ แล้ว $c < d$
- (ค) ถ้า $b < d$ แล้ว $c < d$ (ง) $a + b = c + d$

ข้อใดต่อไปนี้สรุปได้ถูกต้อง

- (ก) – (ง) ถูกเพียง 1 ข้อ
- (ก) – (ง) ถูกเพียง 2 ข้อ
- (ก) – (ง) ถูกเพียง 3 ข้อ
- (ก) – (ง) ถูกทุกข้อ

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 7 คะแนน

26. กำหนดให้ \mathcal{U} เป็นเอกภพสัมพัทธ์และให้ A และ B เป็นสับเซตของ \mathcal{U}

ถ้า 20% ของสมาชิกในเซต A เป็นสมาชิกในเซต B 25% ของสมาชิกในเซต B เป็นสมาชิกในเซต A

และจำนวนสมาชิกของเซต $(A - B) \cup (B - A)$ เท่ากับ 112

แล้วจำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ เท่ากับเท่าใด

27. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\sqrt{3x + 2 + 2\sqrt{3x + 1}} + \sqrt{3x + 10 + 6\sqrt{3x + 1}} = 14$

และให้ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^2 - 6x + 11 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 5} = 25$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cup B$ เท่ากับเท่าใด

28. ค่าของ $\sec^2\left(2 \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7}\right)$ เท่ากับเท่าใด

29. ให้ θ เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า a และ b เป็นค่ามากที่สุดของ $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta$ และ $3 \sin \theta + 4 \cos \theta$ ตามลำดับ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด
30. กำหนดให้ A แทนเซตคำตอบของสมการ $x^2 \log_4(x^2 + 2x - 1) + x \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 1) = 2x - x^2$ และให้ $B = \{x^2 \mid x \in A\}$ ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด
31. ถ้าวงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางคือ $C(h, k)$ อยู่บนเส้นตรง $x + y + 4 = 0$ และวงกลมนี้ผ่านจุด $A(-5, -2)$ และจุด $B(-2, 5)$ แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด

32. พาราโบลารูปหนึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $A(-3, 2)$ มีแกนสมมาตรขนานแกน x และโฟกัส F อยู่บนเส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $4x - 3y + 14 = 0$ ถ้าพาราโบลานี้ตัดกับเส้นตรง L ที่จุด $B(a, b)$ โดยที่ $a > 0$ แล้ว ผลคูณของเวกเตอร์ $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{FB}$ เท่ากับเท่าใด

33. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเมทริกซ์มีมิติ 3×3 โดยที่ $\det B \neq 0$ ถ้า $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ และ $\det(B^t C B^{-1}) = -4$ แล้ว $\det(C^t A C)$ เท่ากับเท่าใด

34. สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ กำหนดให้ $a_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ และ $b_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{b_1} + \frac{3}{b_2} + \frac{4}{b_3} + \dots + \frac{n+1}{b_n} \right]$ เท่ากับเท่าใด

35. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $2|z + 1| = |z + 4|$
ค่าของ $|\bar{z}|$ เท่ากับเท่าใด (เมื่อ \bar{z} แทนสังยุค (conjugate) ของ z)
36. ถ้าลำดับเลขคณิตชุดหนึ่งมีผลบวก 10 พจน์แรกเท่ากับ 205 และผลบวกอีก 10 พจน์ถัดไปเท่ากับ 505 แล้ว
ผลบวก 55 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้เท่ากับเท่าใด
37. กำหนดให้ \mathbb{R} แทนเซตของจำนวนจริง ให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่
1. $(fg)(x) = 2x + 3$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
 2. ฟังก์ชัน f และ g มีอนุพันธ์ทุกอันดับสำหรับทุกจำนวนจริง x
 3. ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 2 ที่ $x = 1$
 4. $g''(x) = 2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
- ฟังก์ชัน g มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับ $P(x^2 + 3) = 3x^4 + 24x^2 + 40$ และให้ $f(x) = \int_0^x P(t) dt$
 ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{P(x) - f(x)}$ เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามโดยที่ $P(0) = 1$ และสอดคล้องกับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3hx+2h}{P(x+h+2)+P(h+2)-P(x+2)-P(2)} = 1$
 ค่าของ $P(12)$ เท่ากับเท่าใด

40. ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 1)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $x + 2y = 6$ พื้นที่ของบริเวณในควอดรนต์
 (quadrant) ที่ 1 ซึ่งล้อมรอบด้วย แกน x แกน y เส้นตรง L เส้นตรง $x + 2y = 6$ เท่ากับกี่ตารางหน่วย

41. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มบวก และ
ให้ $B = \{(a, b) \in A \times A \mid 0 < b - a \leq 7\}$
ค่าของ k เท่ากับเท่าใดที่ทำให้จำนวนสมาชิกของเซต B เท่ากับ 714
42. ให้ x แทนจำนวนสามหลัก abc และ y แทนจำนวนสามหลัก cba โดยที่ $a, b, c \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
และ a, b, c แตกต่างกันทั้งหมด
ถ้า S เป็นเซตของ x ทั้งหมด โดยที่ $x - y$ มีค่ามากที่สุด แล้ว ผลบวกของสมาชิกในเซต S ทั้งหมดเท่ากับเท่าใด
43. ถ้า x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวกที่สอดคล้องกับ $x + y + z = 16$, $y^{x+z} = x^{2(x+z)}$ และ $3^y = 3(9^z)$
แล้วผลคูณของ xyz เท่ากับเท่าใด

44. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 16 คน ซึ่งแต่ละคนเป็นสมาชิกของชมรมวิชาการ หรือชมรมกีฬา หรือชมรมดนตรี อย่างน้อย 1 ชมรม และพบว่า มี 8 คน เป็นสมาชิกของชมรมวิชาการ มี 10 คน เป็นสมาชิกของชมรมกีฬา มี 10 คน เป็นสมาชิกของชมรมดนตรี มี 6 คน เป็นสมาชิกของชมรมดนตรีและชมรมกีฬา มี 5 คน เป็นสมาชิกของชมรมวิชาการและชมรมกีฬา และมี 3 คน เป็นสมาชิกของชมรมวิชาการและชมรมดนตรี ต้องการเลือกผู้แทน 1 คนของแต่ละชมรมโดยที่แต่ละคนต้องเป็นสมาชิกเพียงชมรมเดียวเท่านั้น จำนวนวิธีเลือกดังกล่าวมีทั้งหมดเท่ากับเท่าใด
45. กำหนด A และ B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซ และกำหนดให้ $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ถ้า $P(B) = 0.30$, $P(A \cap B) = 0.06$ และ $P((A \cup B) - (A \cap B)) = 0.38$ แล้วค่าของ $P(A - B)$ เท่ากับเท่าใด
46. นำข้อมูล 3 จำนวนที่แตกต่างกัน มารวมกันมีผลรวมเท่ากับ 195 ถ้าข้อมูลชุดนี้มีค่ามัธยฐานและสัมประสิทธิ์ของพิสัยเท่ากับ 60 และ 0.2 ตามลำดับ แล้วความแปรปรวนของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าใด

47. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองห้อง ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 65 คะแนน นักเรียนห้องแรกมี 40 คน ห้องที่สองมีนักเรียน 30 คน ถ้าคะแนนสอบของนักเรียนห้องแรกมีสัมประสิทธิ์ของการแปรผันเท่ากับ 0.2 นาย ก. เป็นนักเรียนห้องแรกสอบได้ 65 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1.5 คะแนนสอบของนักเรียนห้องที่สองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 คะแนน และ นาย ข. เป็นนักเรียนห้องที่สองสอบได้คะแนนคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ -2 แล้ว นาย ข. สอบได้ที่คะแนน

48. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีการแจกแจงดังนี้

คะแนน	จำนวน (คน)
5 – 9	40
10 – 14	50
15 – 19	30
20 – 24	20

ถ้าคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบนี้เขียนในรูป $k + \frac{a}{b}$

เมื่อ k, a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $a < b$ และ

ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ 1

แล้วค่าของ $k + a + b$ เท่ากับเท่าใด

49. สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ กำหนดให้ $a_n = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}$ และ $b_n = 1 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}$
จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่ทำให้ $\frac{a_2 a_3 \dots a_n}{b_2 b_3 \dots b_n} = 1331$

50. ถ้า $a, b, c \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ และสอดคล้องกับ $(56 \times a) + (7 \times b) + c = 416$
แล้ว $a + b + c$ เท่ากับเท่าใด

เฉลย

1. 2	11. 2	21. 3	31. 14.5	41. 106
2. 3	12. 1	22. 4	32. 3	42. 6657
3. 1	13. 4	23. 1	33. 320	43. 108
4. 2	14. 2	24. 1	34. 2.25	44. 6
5. 3	15. -	25. 3	35. 2	45. 0.14
6. 4	16. 3	26. 128	36. 4840	46. 134
7. 2	17. 4	27. 11	37. 2.25	47. 61
8. 3	18. 3	28. 2	38. 3	48. 28
9. 1	19. 2	29. 6	39. 157	49. 36
10. 4	20. 1	30. 10.5	40. 8.2	50. 13

แนวคิด

1. 2

$$\text{LHS} = A \cap B \cap C' = A \cap C' \cap B \cap C' = \text{RHS}$$

2. 3

สมมติให้ข้อ 3 เป็นเท็จ ได้ $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$ เป็นจริง และ $p \Rightarrow q$ เป็นเท็จจาก $p \Rightarrow q$ เป็นเท็จ ได้ p เป็นจริง q เป็นเท็จ แทนก่อนหน้าจะได้ $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$ เป็นเท็จ ขัดแย้ง

3. 1

(ก) ได้สองกรณี คือ p เป็นเท็จ กับ q และ r เป็นจริง ถ้า p เป็นเท็จ ได้ $r \Rightarrow [T \wedge r] \equiv r \Rightarrow r \equiv T$ ถ้า q และ r เป็นจริง ได้ $T \Rightarrow [(p \Rightarrow T) \wedge (\sim p \Rightarrow T)] \equiv T \Rightarrow T \equiv T$ ดังนั้น (ก) ถูก

(ข) $x^2 \leq 2x + 3 \rightarrow (x - 3)(x + 1) \leq 0 \rightarrow x \in [-1, 3]$

$3^x + 6 = 3^{3-x} \rightarrow (3^x)^2 + 6(3^x) - 27 = 0 \rightarrow (3^x + 9)(3^x - 3) = 0 \rightarrow x = 1 \in [-1, 3] \rightarrow$ (ข) ถูก

4. 2

$A \rightarrow -9 \leq 2x + 7 \leq 9 \rightarrow A = \{-8, -7, \dots, 1\}$

$B \rightarrow$ ยกกำลังสองทั้งสองข้าง ไม่ต้องกระจาย ย้ายข้างมาลบ เข้าสูตร $n^2 - 6n + 8 > 0$ ได้ $(x^2 - x - 2)(x^2 - x) > 0$

ได้ $(x - 2)(x + 1)(x)(x - 1) > 0 \rightarrow B = \{\dots, -4, -3, -2, 3, 4, 5, \dots\}$

$A \cap B = \{-8, \dots, -2\} \rightarrow 7$ ตัว \rightarrow ก ถูก และ $-1 \in A - B \rightarrow$ ข ผิด

5. 3

กรณี $2 < x < 3$ ได้ $x^2 + 2 > 2x + 10 \rightarrow (x - 4)(x + 2) > 0 \rightarrow$ ไม่มีคำตอบในช่วง $(2, 3)$

กรณี $x = 3 \rightarrow$ เป็น 1 ทั้งสองข้าง ไม่มีทางจริง

กรณี $x > 3$ ได้ $x^2 + 2 < 2x + 10 \rightarrow (x - 4)(x + 2) < 0 \rightarrow x \in (3, 4)$

6. 4

ได้ $f(x) = (x - 5)^3 - (x - 5)^2 + 2(x - 5)$

หา $g(x)$ ให้ $x + 4 = k$ ได้ $x = k - 4 \rightarrow 2x - 1 = 2k - 9 \rightarrow g(x) = 2x - 9$

ได้ $(f - g)(0) = -125 - 25 - 10 - (-9) = -151 \rightarrow$ (ก) ผิด

(ข) ได้ $f(x) = g^{-1}(-5)$ แทน $x = -2$ ได้ $g^{-1}(-5) = 2$

ให้ $x^3 - x^2 + 2x = 2$ ได้ $(x^2 + 2)(x - 1) = 0$ ได้ $x = 1$ จะได้ $f(6) = 2$ ได้ 6 เป็นคำตอบ \rightarrow (ข) ผิด

7. 2

$y = 2 - \frac{10}{x^2+1} \rightarrow x^2 + 1$ ต้องหาร 10 ลงตัว $\rightarrow x = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \rightarrow y = -8, -3, 0, 1$

$D_r - R_r$ เหลือ $-1, \pm 2, 3$ รวม 4 ตัว

8. 3

$$(ก) \text{ LHS} = 2 \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} - 1 = \frac{2 \sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} - 1 = \frac{\sin \frac{4\pi}{5}}{2 \sin \frac{\pi}{5}} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{ผิด}$$

$$(ข) \text{ LHS} = \frac{\sin \frac{7\pi}{16} \cos \frac{3\pi}{8} - \cos \frac{7\pi}{16} \sin \frac{3\pi}{8}}{\cos \frac{7\pi}{16} \cos \frac{3\pi}{8}} = \frac{\sin \frac{\pi}{16}}{\cos \frac{7\pi}{16} \cos \frac{3\pi}{8}} = \frac{1}{\cos \frac{3\pi}{8}} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{8}} = \text{RHS} \rightarrow \text{ถูก}$$

9. 1

$$1) \frac{\cos 75^\circ}{\cos 15^\circ} = \tan 15^\circ = \tan(60^\circ - 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \rightarrow \text{ถูก}$$

$$2) \text{ LHS} = \sin 80^\circ + \sin 40^\circ = 2 \sin 60^\circ \cos 20^\circ = \sqrt{3} \cos 20^\circ \rightarrow \text{ผิด}$$

$$3) \text{ RHS} = \frac{2 \cos 3A \cos A}{-2 \sin 3A \sin(-A)} = \frac{1}{\tan 3A \tan A} \rightarrow \text{ผิด}$$

$$4) \text{ RHS} = \sin 2A + \sin(-2B) \rightarrow \text{ผิด}$$

10. 4

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arcsec} x\right) = -\tan(\operatorname{arcsec} x) = -\tan\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} - 2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

$$= -\frac{\tan(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}) - \tan(2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}})}{1 + \tan(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}) \tan(2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}})}$$

$$\tan\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}\right) \rightarrow \text{วาดสามเหลี่ยมได้ ข้าม} = 1, \text{ฉาก} = \sqrt{17} \rightarrow \text{ซิด} = 4 \rightarrow \tan\left(\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\tan\left(2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2 \tan(\arccos \frac{2}{\sqrt{5}})}{1 - \tan^2(\arccos \frac{2}{\sqrt{5}})} \rightarrow \text{วาดสามเหลี่ยมได้ ซิด} = 2, \text{ฉาก} = \sqrt{5} \rightarrow \text{ข้าม} = 1$$

$$\rightarrow \tan\left(\arccos \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow \tan\left(2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2(\frac{1}{2})}{1 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ดังนั้น } \cot\left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arcsec} x\right) = -\frac{\frac{1}{4} - \frac{4}{3}}{1 + (\frac{1}{4})(\frac{4}{3})} = -\frac{-\frac{13}{12}}{\frac{16}{12}} = \frac{13}{16}$$

หมายเหตุ: ข้อนี้ โจทย์ไม่ถูกต้อง เพราะถ้าใช้เครื่องคิดเลขคำนวณ $\arcsin \frac{1}{\sqrt{17}} - 2 \arccos \frac{2}{\sqrt{5}}$ จะได้เป็นค่าติดลบ

แต่ $\operatorname{arcsec} x$ ให้ผลลัพธ์ได้ในช่วง $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ เท่านั้น จึงเป็นลบไม่ได้

11. 2

แก้หาจุดตัดวงกลมได้ $(\pm 4, -3) \rightarrow h = 0, k = -3, a = 4$

$$\text{จาก } c = 2\sqrt{3} \text{ ได้ } b = 2 \rightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{(y+3)^2}{2^2} = 1 \rightarrow x^2 + 4y^2 + 24y + 20 = 0$$

12. 1

$$\text{คูณ } 3^{2x} \text{ ตลอด } 3(3^{2x})^2 - 244(3^{2x}) + 81 = 0 \rightarrow (3 \cdot 3^{2x} - 1)(3^{2x} - 81) = 0$$

$$\text{ได้ } x = -\frac{1}{2}, 2$$

13. 4

(ก) จากกฎ $\det(\text{adj}(A)) = (\det(A))^{n-1} = (\det(A))^2 \rightarrow$ ผิด

(ข) $(\det(A))^2 = 2^3 \det(A) \rightarrow \det(A) = 8, \times \rightarrow$ ผิด

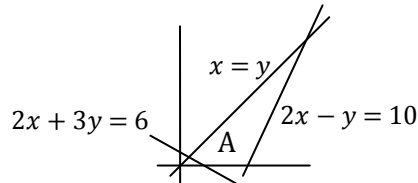
14. 2

หาจุดตัดได้ $(3, 0) \rightarrow P = 9$

$(5, 0) \rightarrow P = 15$

$(10, 10) \rightarrow P = 70 \rightarrow$ ก ถูก

$(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}) \rightarrow P = \frac{42}{5} \rightarrow$ ข ผิด



15. -

ข้อนี้โจทย์ให้ข้อมูลมาเยอะเกินความจำเป็น และขัดแย้งกันเอง โดยคำตอบที่ได้ จะขึ้นกับว่าคนทำหยิบข้อมูลไหนมาใช้

จาก $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

เอา $\vec{u} \cdot \vec{w} = 8$ กับ $\vec{v} \cdot \vec{w} = -2$ มาบวกกัน จะได้ $\vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w} = 8 + (-2)$

$$(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = 6$$

$$(\vec{w}) \cdot \vec{w} = 6$$

$$|\vec{w}|^2 = 6$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{6}$$

และจาก \vec{w} ทำมุม $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$ กับ \vec{u} จะได้ $\vec{u} \cdot \vec{w} = |\vec{u}||\vec{w}| \cos(\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}})$
 $8 = |\vec{u}|(\sqrt{6})\sqrt{1 - (\frac{1}{\sqrt{3}})^2}$ $\left. \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \right\} \cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$
 $4 = |\vec{u}|$

ถึงตรงนี้จะวิธีหา $|\vec{v}|$ สองแบบ ซึ่งแต่ละแบบจะได้ค่า $|\vec{v}|$ ไม่เท่ากัน

แบบแรก ใช้มุม $\pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (เหมือนตอนหา $|\vec{u}|$)

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}||\vec{w}| \cos(\pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})$$

$$-2 = |\vec{v}|(\sqrt{6}) \left(-\cos(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})\right)$$

$$-2 = |\vec{v}|(\sqrt{6}) \left(-\sqrt{1 - (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})^2}\right)$$

$$\sqrt{2} = |\vec{v}|$$

แบบสอง ไม่ใช้ มุม $\pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$$

$$\vec{v} = \vec{w} - \vec{u}$$

$$|\vec{v}|^2 = |\vec{w} - \vec{u}|^2$$

$$|\vec{v}|^2 = |\vec{w}|^2 + |\vec{u}|^2 - 2\vec{w} \cdot \vec{u}$$

$$|\vec{v}|^2 = \sqrt{6}^2 + 4^2 - 2(8)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{6}$$

ดังนั้น ข้อมูลที่โจทย์ให้ ขัดแย้งกันเอง คำตอบขึ้นกับว่าจะหยิบข้อมูลไหนมาใช้ในลักษณะอย่างไร

16. 3

$$\frac{a+b+c}{a+c} + \frac{a+b+c}{b+c} = 3$$

$$1 + \frac{b}{a+c} + 1 + \frac{a}{b+c} = 3$$

$$\frac{b}{a+c} + \frac{a}{b+c} = 1$$

$$b^2 + bc + a^2 + ac = ab + ac + bc + c^2$$

$$b^2 + a^2 - ab = c^2$$

เทียบกับกฎของ cos : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ จะได้ $\cos C = \frac{1}{2} \rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (มุม $< 180^\circ$ ได้ $\sin > 0$)

17. 4

จากสูตรผลบวกผลคูณรากได้ $z_1 + z_2 = 3$ และ $z_1 z_2 = 4$ สเปส เป็น R $\rightarrow z_1$ กับ z_2 เป็นคอนจูเกตกัน $\rightarrow z_1 z_2 = |z_1|^2 = |z_2|^2 = 4$

$$= (4 + 4) \left(\frac{z_2 + z_1}{z_1 z_2} \right) = (8) \left(\frac{3}{4} \right) = 6$$

18. 3

$$a_{n-1} = 1 - (-1) = 2, \quad a_n = -1 - 1 = -2, \quad b_n = 3$$

$$\text{อนุกรม} = \frac{2}{3} + \left(\frac{-2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{-2}{3}\right)^4 + \dots \rightarrow a_n \text{ ยกกำลังคู่หมด กลายเป็นบวก} \rightarrow = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$$

19. 2

ใช้สูตรผลบวกผลคูณรากได้ $a_1 + a_2 + a_3 = 26$, $a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3 = b$, $a_1 a_2 a_3 = 216$ ให้ $a_1, a_2, a_3 = \frac{x}{r}, x, xr$ แทนใน $a_1 a_2 a_3 = 216$ ได้ $x = 6$ แก้ $\frac{6}{r} + 6 + 6r = 26$ ได้ $r = 3, \frac{1}{3}$ ได้รากคือ 2, 6, 18 ได้ $b = 12 + 36 + 108 = 156$ ได้ $f'(1) = 3 - 52 + 156 = 107$

20. 1

จาก $f(0) = 1$ ได้ $f(x) = ax^2 + bx + 1$ แทนในอีกสมการ จะได้

$$a(x+1)^2 + b(x+1) + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 1 + x + 1$$

$$a(2x)(2) + 2b = x + 1$$

$$\text{เทียบ สเปส ได้ } a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2} \text{ ได้ } F(x) = \frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + c$$

$$\text{อินทิเกรต ได้ } \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} + 1\right) - \left(-\frac{8}{12} + 1 - 2\right) = 3$$

21. 3

$$= \frac{|(2x+1)(-x+1)|}{\sqrt{x+3}-2} \rightarrow \text{ถ้า } x \rightarrow 1^+ \text{ ในค่าสัมบูรณ์จะติดลบ} \rightarrow = \frac{(2x+1)(x-1)}{\sqrt{x+3}-2} \cdot \frac{\sqrt{x+3}+2}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{(2x+1)(\sqrt{x+3}+2)}{1}$$

แทน $x = 1$ ได้ 12

22. 4

$$\text{ไล่แทนเอา ได้ } (3, 6), (4, 4), (6, 3) \rightarrow \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

23. 1

ระบบสมการ คือ $30 = 15m + 5c$ กับ $107 = 55m + 15c$ แก้ได้ $m = 1.7, c = 0.9 \rightarrow$ ก ถูก

$$\hat{y} = 1.7(15) + 0.9 = 26.4 \rightarrow \text{ข ถูก}$$

24. 1

(ก) แจกแจงปกติ Mode = \bar{x} \rightarrow ได้คะแนน = Mode - $2s = \bar{x} - 2s \rightarrow z = \frac{(\bar{x}-2s)-\bar{x}}{s} = -2 \rightarrow$ ก ถูก(ข) ร้อยละ 15.9 คือ พื้นที่ = 0.341 ทางลบ \rightarrow เปิดตาราง ได้ $z = -1 \rightarrow$ แจกแจงปกติ Med = \bar{x}

$$\rightarrow \frac{54-60}{s} = -1 \rightarrow s = 6 \rightarrow \text{สเปสการแปรผัน} = \frac{6}{60} = 0.1 \rightarrow \text{ข ถูก}$$

25. 3

a		b	2
	3		0
c		d	1
2	0	1	3

แถว 2 : เหลือ 1 กับ 2 แต่หลักแรกเป็น 2 ไม่ได้

เพราะซ้ำกับหลักแรกของแถว 4

หลัก 2 : คิดเหมือนกัน ได้ตามรูปขวา

(ก) ได้ $a = 0, c = 3, d = 0, b = 3 \rightarrow$ ก ผิด

(ข) ได้ $a = 3, b = 0, d = 3, c = 0 \rightarrow$ ข ถูก

(ค) ได้ $b = 0, d = 3, c = 0, a = 3 \rightarrow$ ค ถูก

(ง) a กับ b ต้องมี 0 กับ 3, c กับ d ต้องมี 0 กับ 3 ดังนั้น $a + b = c + d = 3 \rightarrow$ ง ถูก

a	1	b	2
1	3	2	0
c	2	d	1
2	0	1	3

26. 128

ให้ $n(A \cap B) = x$ ได้ $n(A) = 5x$ และ $n(B) = 4x \rightarrow (5x - x) + (4x - x) = 112 \rightarrow x = 16$

ได้ $n(A \cup B) = 112 + 16 = 128$

27. 11

A : ให้ $k = \sqrt{3x+1} \rightarrow \sqrt{k^2+1+2k} + \sqrt{k^2+9+6k} = 14 \rightarrow |k+1| + |k+3| = 14$

แต่ $k \geq 0 \rightarrow k+1+k+3=14 \rightarrow k=5 \rightarrow x=8$

B : ให้ $k = \sqrt{x^2-3x+5} \rightarrow 2k^2+1+2k=25 \rightarrow k^2+k-12=0 \rightarrow k=3, \cancel{4}$

$\rightarrow x^2-3x+5=3^2 \rightarrow x=-1, 4$

28. 2

หา \tan ง่ายกว่า แล้วค่อยหา \sec จากสูตร $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$\tan\left(2 \arctan \frac{1}{3}\right) = \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{3}{4} \rightarrow \tan\left(2 \arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{7}\right) = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{7}}{1-\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{7}\right)} = \frac{25}{28} \times \frac{28}{25} = 1 \rightarrow \sec^2 = 2$

29. 6

หา a : $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = (1)(\cos 2\theta) \rightarrow a = 1$

หา b : หา 5 ตลอด $\frac{3}{5} \sin \theta + \frac{4}{5} \cos \theta = \frac{b}{5} \rightarrow$ ถ้า $\frac{3}{5} = \cos \alpha$ จะได้ $\frac{4}{5} = \sin \alpha$

ได้ $\frac{3}{5} \sin \theta + \frac{4}{5} \cos \theta = \sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha = \sin(\theta + \alpha)$ มากสุด $= 1 = \frac{b}{5} \rightarrow b = 5$

30. 10.5

$\rightarrow \frac{x^2}{2} \log_2(x^2 + 2x - 1) - x \log_2(x^2 + 2x - 1) + x^2 - 2x = 0$

$\rightarrow \left(\frac{1}{2} \log_2(x^2 + 2x - 1) + 1\right)(x^2 - 2x) = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0$ หรือ $\log_2(x^2 + 2x - 1) = -2$

$x^2 - 2x = 0$ ได้ $x = 0, 2 \rightarrow 0$ ไม่ได้ เพราะทำให้หลัง \log ติดลบ เหลือ 2 ตัวเดียว

$\log_2(x^2 + 2x - 1) = -2 \rightarrow x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{4} \rightarrow 4x^2 + 8x - 5 = 0 \rightarrow (2x - 1)(2x + 5) = 0$

$\rightarrow x = \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$

ตอบ $2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = 10.5$

31. 14.5

$$C(h, k) = (x, -x - 4) \rightarrow (x + 5)^2 + (-x - 4 + 2)^2 = (x + 2)^2 + (-x - 4 - 5)^2$$

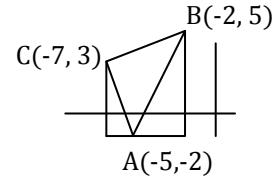
ตัด $(x + 2)^2$ สองข้าง ย้ายข้างเข้าสูตรผลต่างกำลังสอง : $(-4)(2x + 14) = 0$ ได้ $x = -7$

ได้ $C(h, k) = (-7, 3)$

หาพื้นที่จากสูตร $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -5 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ -7 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(-25 + 14 - 6 + 35 + 15 - 4) = 14.5$

หรือจากสี่เหลี่ยมคางหมู - สามเหลี่ยมซ้ายขวาของรูป ก็ได้

$$= \frac{1}{2}(5 + 7)(5) - \frac{1}{2}(2)(5) - \frac{1}{2}(3)(7) = 30 - 5 - \frac{21}{2} = 14.5$$



32. 3

แกนสมมาตรขนานแกน x เป็นพาราโบลาตะแคง \rightarrow พิกัด y ของ F = พิกัด y ของ $A = 2 \rightarrow$ แทน $y = 2$ ใน L ได้ x

$$= -2 \rightarrow F(-2, 2) \rightarrow c = -2 - (-3) = 1 \rightarrow \text{พาราโบลา คือ } (y - 2)^2 = 4(x + 3)$$

แก้หาจุดตัดกับ L ได้ $(y - 2)^2 = 3y - 14 + 12 \rightarrow y^2 - 7y + 6 = 0 \rightarrow (-\frac{11}{4}, 1), (1, 6)$

$$\overline{AF} \cdot \overline{FB} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = 3$$

33. 320

$$\det(B^t C B^{-1}) = \frac{\det(B) \det(C)}{\det(B)} = \det(C) = -4$$

$$\text{จะได้ } \det(C^t A C) = (-4)(6 + 6 + 9 - 1)(-4) = 320$$

34. 2.25

$$a_n = 2 \binom{n(n+1)}{2} = n^2 + n \rightarrow b_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot (2n + 1 + 3) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\frac{2}{b_1} + \frac{3}{b_2} + \frac{4}{b_3} + \dots + \frac{n+1}{b_n} = \sum \frac{n+1}{b_n} = \sum \frac{(n+1)(3)}{n(n+1)(n+2)} = \sum \frac{3}{n(n+2)} = \frac{3}{2} \sum \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{9}{4}$$

35. 2

$$\text{ให้ } z = a + bi \rightarrow 2\sqrt{(a+1)^2 + b^2} = \sqrt{(a+4)^2 + b^2}$$

$$\text{ยกกำลังสอง } \rightarrow 4a^2 + 8a + 4 + 4b^2 = a^2 + 8a + 16 + b^2 \rightarrow a^2 + b^2 = 4$$

$$\rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2 = |z| = |\bar{z}|$$

36. 4840

$$\text{ผลบวก 10 พจน์แรก} = 205 = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) \rightarrow 41 = 2a_1 + 9d$$

$$\text{ผลบวก 20 พจน์แรก} = 205 + 505 = \frac{20}{2}(2a_1 + 19d) \rightarrow 71 = 2a_1 + 19d$$

$$\text{แก้ระบบสมการ ได้ } d = 3, a_1 = 7 \rightarrow \text{ผลบวก 55 พจน์} = \frac{55}{2}(14 + 162) = 4840$$

37. 2.25

จาก 4 ได้ $g'(x) = 2x + c$ จาก 3 ได้ $f'(1) = 0$ และ $f(1) = 2$

ดิฟ 1 ได้ $f(x)g'(x) + g(x)f'(x) = 2$ แทน $x = 1$ ได้ $(2)(2 + c) + 0 = 2 \rightarrow c = -1$

$g'(x) = 2x - 1$ ได้ $g(x) = x^2 - x + d$ แทนใน 1 ได้ $f(x) \cdot (x^2 - x + d) = 2x + 3$

จาก $f(1) = 2$ ได้ $2(1 - 1 + d) = 5 \rightarrow d = \frac{5}{2}$

หาค่าต่ำสุดของ $g : 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow$ ตอบ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2.25$

38. 3

หา $P(x) \rightarrow 3(x^2 + 3)^2 = 3x^4 + 18x + 27 \rightarrow$ เหลือ $6x^2 + 13 = 6(x^2 + 3) - 5$

จะได้ $3x^4 + 24x^2 + 40 = 3(x^2 + 3)^2 + 6(x^2 + 3) - 5$ ดังนั้น $P(x) = 3x^2 + 6x - 5$

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 5x \rightarrow$ ตอบ $\sqrt{(3(2^2) + 6(2) - 5) - (2^3 + 3(2^2) - 5(2))} = 3$

39. 157

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3hx+2h}{P(x+h+2)+P(h+2)-P(x+2)-P(2)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x+2}{\frac{P(x+h+2)-P(x+2)}{h} + \frac{P(h+2)-P(2)}{h}} = 1$$

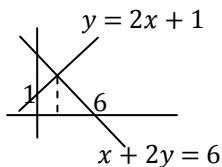
$P'(x+2) + P'(2) = 3x + 2 \rightarrow$ แทน $x = 0$ ได้ $P'(2) = 1$

แทน $P'(2) = 1$ ได้ $P'(x+2) = 3x + 1 = 3(x+2) - 5 \rightarrow P'(x) = 3x - 5$

ได้ $P(x) = \frac{3x^2}{2} - 5x + c$ แทน $P(0) = 1$ ได้ $c = 1 \rightarrow P(12) = \frac{3(12^2)}{2} - 60 + 1 = 157$

40. 8.2

$x + 2y = 6$ ชั้น $-\frac{1}{2}$ ดังนั้น L ชั้น = 2 \rightarrow L ผ่านจุด $(0, 1)$ ได้ $L : y = 2x + 1 \rightarrow$ จุดตัด $(\frac{4}{5}, \frac{13}{5})$



พื้นที่ = สี่เหลี่ยมคางหมูทางซ้าย + สามเหลี่ยมทางขวา

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{13}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right) + \frac{1}{2} \left(6 - \frac{4}{5}\right) \left(\frac{13}{5}\right) = \frac{36}{25} + \frac{169}{25} = \frac{205}{25} = 8.2$$

41. 106

$b = 2$ มี $(1, 2) \rightarrow 1$ ตัว

$b = 3$ มี $(1, 3), (2, 3) \rightarrow 2$ ตัว

$b = 4$ มี $(1, 4), (2, 4), (3, 4) \rightarrow 3$ ตัว

\vdots

$b = 8$ มี $(1, 8), (2, 8), (3, 8), \dots, (7, 8) \rightarrow 7$ ตัว

$b = 9$ มี $(2, 9), (3, 9), (4, 9), \dots, (8, 9) \rightarrow 7$ ตัว

จะเห็นว่า $b = 1$ ถึง 7 มี $1 + 2 + 3 + \dots + 6 = 21$ ตัว b ตั้งแต่ 8 ขึ้นไป มีค่าละ 7 ตัว

จะได้ $714 = 21 + 7(k - 7) \rightarrow k = 106$

42. 6657

a ต้องเยอะๆ c ต้องน้อยๆ b ไม่มีผลต่อ $x - y$

ได้ $981 + 971 + 961 + 951 + 941 + 931 + 921 = 6657$

43. 108

จาก $3^y = 3(9^z)$ ได้ $y = 2z + 1$ แทนใน $x + y + z = 16$ ได้ $x = 15 - 3z$

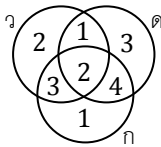
→ z เป็นได้แค่ 1, 2, 3, 4 ไม่งั้น x ติดลบ

เอา $y^{x+z} = x^{2(x+z)}$ มายกกำลัง $\frac{1}{x+z}$ สองข้างได้ $y = x^2$ แทนได้ $2z + 1 = (15 - 3z)^2$

แทน $z = 1, 2, 3, 4$ ได้ $z = 4$ ถึงจริง → $y = 9, x = 3$ → ตอบ $(3)(9)(4) = 108$

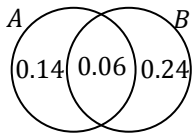
44. 6

ให้ $n(A \cap B \cap C) = x$ ได้ $16 = 8 + 10 + 10 - 6 - 5 - 3 + x \rightarrow x = 2$



ได้ $(2)(3)(1) = 6$ วิธี

45. 0.14



$$P(B - A) = 0.30 - 0.06 = 0.24$$

$$P(A - B) = 0.38 - 0.24 = 0.14$$

46. 134

ให้ข้อมูลเรียงจากน้อยไปมากเป็น $a, 60, 135 - a$

สเปสพิสัย = $\frac{135-a-a}{135-a+a} = 0.2 \rightarrow a = 54 \rightarrow$ ข้อมูลคือ 54, 60, 81

$\bar{x} = \frac{195}{3} = 65 \rightarrow v = \frac{11^2+5^2+16^2}{3} = 134$

47. 61

ห้อยแรก: $\frac{65-\bar{x}}{s} = \frac{65}{s} - \frac{\bar{x}}{s} = \frac{65}{s} - \frac{1}{0.2} = 1.5 \rightarrow s = 10, \bar{x} = 50$

หา \bar{x} ห้อยสอง: $\frac{40(50)+30(\bar{x}_2)}{40+30} = 65 \rightarrow \bar{x}_2 = 85$

ได้ $\frac{\eta-85}{12} = -2 \rightarrow \eta = 61$

48. 28

$$\bar{x} = \frac{7(40)+12(50)+17(30)+22(20)}{40+50+30+20} = \frac{28+60+51+44}{14} = \frac{183}{14} = 13 + \frac{1}{14} \rightarrow 28$$

49. 36

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{n^2+n-1}{n^2-n-1} = \frac{n(n+1)-1}{(n-1)n-1} \rightarrow \frac{a_2 a_3 \dots a_n}{b_2 b_3 \dots b_n} = \frac{2(3)-1}{1(2)-1} \cdot \frac{3(4)-1}{2(3)-1} \cdot \frac{4(5)-1}{3(4)-1} \dots \frac{n(n+1)-1}{(n-1)n-1} = \frac{n(n+1)-1}{1(2)-1} = 1331$$

→ $n(n + 1) = 1332$ แทนค่าเอา ได้ $n = 36$

50. 13

a ต้องไม่เกิน 7 ไม่งั้นฝั่งซ้ายเกิน

$(7 \times b) + c$ มากสุดได้แค่ $(7 \times 9) + 9 = 72$ ดังนั้น a เป็น 6 ลงไปไม่ได้ ไม่งั้นไม่ถึง 416

ได้ $a = 7$: ได้ $(7 \times b) + c = 24 \rightarrow b = 3, c = 3 \rightarrow 7+3+3 = 13$

เครดิต

ขอบคุณ คุณ Theerawat Tansakul ที่ช่วยแก้ไขจุดบกพร่องในเฉลยข้อ 7 นะครับ (ผมลืม ± 3) และเป็นคนพบความผิดพลาดของโจทย์ในข้อ 15