

PAT 1 (มี.ค. 53)

รหัสวิชา 71 วิชา ความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1)

วันเสาร์ที่ 6 มีนาคม 2553 เวลา 13.00 - 16.00 น.

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 25 ข้อละ 6 คะแนน

1. กำหนดให้  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์ใดๆ ข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1.  $(p \Rightarrow q) \vee p$

2.  $(\sim p \wedge p) \Rightarrow q$

3.  $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$

4.  $(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ คือ  $\{-1, 0, 1\}$  ค่าความจริงของ  $\forall x \exists y [x^2 + x = y^2 + y]$  เป็นเท็จ

2. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง ค่าความจริงของ  $\exists x [3^x = \log_3 x]$  เป็นจริง

3. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง นิเสธของข้อความ  $\forall x \exists y [(x > 0 \wedge y \leq 0) \wedge (xy < 0)]$  คือ  $\exists x \forall y [(xy < 0) \Rightarrow (x \leq 0 \vee y > 0)]$

4. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนเต็ม นิเสธของข้อความ  $\forall x [x > 0 \Rightarrow x^3 \geq x^2]$  คือ  $\exists x [(x \leq 0) \wedge (x^3 < x)]$

3. ให้  $A = \{1, \{1\}\}$  และ  $P(A)$  เป็นเพาเวอร์เซตของเซต  $A$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. จำนวนสมาชิกของ  $P(A) - A$  เท่ากับ 3

2. จำนวนสมาชิกของ  $P(P(A))$  เท่ากับ 16

3.  $\{\{1\}\} \in P(A) - A$

4.  $\{\emptyset, A\} \in P(A)$

4. กำหนดให้  $A = \{x \in R \mid \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4\}$  เมื่อ  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1.  $A' = \{x \in R \mid |3 - x| > 4\}$
  2.  $A' \subset (-1, \infty)$
  3.  $A = \{x \in R \mid x \leq 7\}$
  4.  $A \subset \{x \in R \mid |2x - 3| < 7\}$

5. กำหนดให้  $y_1 = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 1  
 $y_2 = f(y_1), y_3 = f(y_2), \dots, y_n = f(y_{n-1})$  สำหรับ  $n = 2, 3, 4, \dots$

$y_{2553} + y_{2010}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{x-1}{x+1}$
2.  $\frac{x^2+1}{x-1}$
3.  $\frac{x^2+1}{2x}$
4.  $\frac{1+2x-x^2}{x-1}$

6. ให้  $f$  และ  $g$  เป็นฟังก์ชันจากเซตของจำนวนจริงไปยังเซตของจำนวนจริง โดยที่  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$  และ  $g(x) = \sqrt{f(x)} - \sqrt{x-1}$  จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $D_g = (2, \infty)$

ข. ค่าของ  $x > 0$  ที่ทำให้  $g(x) = 0$  มีเพียง 1 ค่าเท่านั้น

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด
3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

7. กำหนดให้  $x$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $\sin x + \cos x = a$  และ  $\sin x - \cos x = b$  แล้วค่าของ  $\sin 4x$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}(a^3b - ab^3)$       2.  $\frac{1}{2}(ab^3 - a^3b)$       3.  $ab^3 - a^3b$       4.  $a^3b - ab^3$

8. กำหนดให้วงรีรูปหนึ่งมีสมการเป็น  $25x^2 + 21y^2 + 100x - 42y - 404 = 0$  แล้วไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสทั้งสองของวงรีและผ่านจุด  $(-3, 1 + \sqrt{8})$  มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1.  $5y^2 - 4x^2 - 10\sqrt{8}y - 32x - 25 = 0$       2.  $3y^2 - 2x^2 - 6\sqrt{8}y - 8x + 15 = 0$   
3.  $y^2 - 4x^2 - 2y - 16x - 19 = 0$       4.  $y^2 - 7x^2 - 2y - 28x - 28 = 0$

9. จุด  $A(-3, 1)$   $B(1, 5)$   $C(8, 3)$  และ  $D(2, -3)$  เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. ด้าน  $AB$  ขนานกับ ด้าน  $DC$
2. ผลบวกความยาวของด้าน  $AB$  กับ  $DC$  เท่ากับ  $10\sqrt{2}$  หน่วย
3. ระยะตั้งฉากจากจุด  $A$  ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C$  และจุด  $D$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$  หน่วย
4. ระยะตั้งฉากจากจุด  $B$  ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด  $C$  และจุด  $D$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{9}{2}$  หน่วย

10. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงบวกและ  $y \neq 1$

ถ้า  $\log_y 2x = a$  และ  $2^y = b$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{2}(\log_2 b)^a$       2.  $2(\log_2 b)^a$       3.  $\frac{a}{2}(\log_2 b)$       4.  $2a(\log_2 b)$

11. เซตคำตอบของสมการ  $72^x + 72 < 2^{3x+3} + 3^{2x+2}$  เป็นสับเซตของช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(\log_8 7, \log_9 8)$       2.  $(\log_9 8, \log_8 9)$   
 3.  $(\log_8 9, \log_7 8)$       4.  $(\log_9 10, \log_8 9)$

12. ถ้าสมการ  $\left(\frac{1}{4}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + a = 0$  มีคำตอบเป็นจำนวนจริงบวก แล้วค่าของ  $a$  ที่เป็นไปได้อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1.  $(-\infty, -3)$       2.  $(-3, 0)$       3.  $(0, 1)$       4.  $(1, 3)$

13. กำหนดให้  $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$  เมื่อ  $x \neq 0$  และ  $x \neq 1$  ถ้า  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  แล้ว  $f(\sec^2 \theta)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1.  $\sin^2 \theta$
  2.  $\cos^2 \theta$
  3.  $\tan^2 \theta$
  4.  $\cot^2 \theta$

14. ให้  $\vec{a}$  และ  $\vec{b}$  เป็นเวกเตอร์ กำหนดโดย

$$\vec{a} = \vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - 3p\vec{k} \text{ และ } \vec{b} = -2p\vec{i} + 2\vec{j} + p\vec{k} \text{ เมื่อ } p \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

ถ้า  $\vec{a}$  ตั้งฉากกับ  $\vec{b}$  และ ขนาดของ  $\vec{b}$  เท่ากับ 3 แล้ว ค่าของ  $p$  อยู่ในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-3, -\frac{3}{2})$
2.  $(-\frac{3}{2}, 0)$
3.  $(0, \frac{3}{2})$
4.  $(\frac{3}{2}, 3)$

15. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี  $A(0, 0)$  และ  $B(2, 2)$  เป็นจุดยอด และ  $C(x, y)$  เป็นจุดยอดในจตุภาค (quadrant) ที่ 2 ที่ทำให้ด้าน  $AC$  ยาวเท่ากับด้าน  $BC$  ถ้าพื้นที่ของสามเหลี่ยม  $ABC$  มีค่าเท่ากับ 4 ตารางหน่วย แล้วจุด  $C$  อยู่บนเส้นตรงในข้อใดต่อไปนี้

1.  $x - y + 4 = 0$
2.  $4x + 3y - 1 = 0$
3.  $2x - y - 3 = 0$
4.  $x + y - 5 = 0$



19. กล่องใบหนึ่งบรรจุเสื้อยืด 13 สีๆละ 4 ตัว โดยที่ เสื้อยืดในแต่ละสีมีขนาด S, M, L และ XL ตามลำดับ สุ่มหยิบเสื้อจากกล่องมา 3 ตัวพร้อมๆกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อยืดมีสีเหมือนกัน 2 ตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{72}{425}$

2.  $\frac{72}{5525}$

3.  $\frac{3}{221}$

4.  $\frac{3}{22100}$

20. กำหนดให้  $S$  เป็นแซมเปิลสเปซ และ  $A, B$  เป็นเหตุการณ์ใดๆใน  $S$  จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$

ข. ถ้า  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.6$  และ  $P(A \cup B') = 0.7$  แล้ว  $P(A - B) = 0.4$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก แต่ ข. ผิด

3. ก. ผิด แต่ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

21. นักเรียนห้องหนึ่งสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 40 คะแนน ถ้านักเรียนชายสอบได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต 35 คะแนนและนักเรียนหญิงสอบได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต 50 คะแนน อัตราส่วนของนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิงตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. 3 : 2

2. 2 : 3

3. 2 : 1

4. 1 : 2

22. กำหนดให้  $A = 7^{(7^7)}$ ,  $B = 7^{77}$ ,  $C = 77^7$  และ  $D = (77^7)^7$  ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1. $B < A < C < D$ | 2. $B < C < A < D$ |
| 3. $C < B < D < A$ | 4. $C < A < D < B$ |

23. จำนวนต่อไปนี้ เรียกว่า “จำนวน PAT”

16325, 34721, 12347, 52163, 90341, 50381

จำนวนต่อไปนี้ ไม่เป็นจำนวน PAT

2564, 12345, 854, 12635, 34325, 45026

ข้อใดต่อไปนี้เป็น “จำนวน PAT”

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| 1. 75401 | 2. 13562 | 3. 72341 | 4. 83051 |
|----------|----------|----------|----------|

24. ให้  $N$  แทนเซตของจำนวนนับ กำหนดให้  $a * b = a^b$  สำหรับ  $a, b \in N$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้ สำหรับ  $a, b, c \in N$

ก.  $a * b = b * a$

ข.  $(a * b) * c = a * (b * c)$

ค.  $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$

ง.  $(a + b) * c = (a * c) + (b * c)$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| 1. ถูก 2 ข้อคือ ข. และ ค. | 2. ถูก 2 ข้อคือ ค. และ ง.    |
| 3. ถูก 1 ข้อคือ ค.        | 4. ก. ข. ค. และ ง. ผิดทุกข้อ |



25. นายซัดแจ้งได้ทราบข้อมูลของคน 5 คน คือ A, B, C, D และ E ดังนี้

A บอกว่า “C และ D พูดโกหก”

B บอกว่า “A และ C เป็นคนพูดจริง”

C บอกว่า “D พูดโกหก”

D บอกว่า “E พูดโกหก”

E บอกว่า “B พูดโกหก”

จากข้อมูลดังกล่าวท่านจะช่วยนายซัดแจ้งค้นหาว่าใครบ้างเป็นคนพูดจริงและใครบ้างเป็นคนพูดเท็จ

- |                                       |                                    |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| 1. A, B, D พูดเท็จ C และ E พูดจริง    | 2. B และ D พูดเท็จ A และ C พูดจริง |
| 3. A, B และ C พูดเท็จ D และ E พูดจริง | 4. B และ E พูดเท็จ A และ C พูดจริง |

ตอนที่ 2 ข้อ 26 - 50 ข้อละ 6 คะแนน

26. กำหนดให้  $A$ ,  $B$  และ  $C$  เป็นเซตใดๆ ถ้า  $n(A \cup B \cup C) = 91$ ,  $n(A \cap B' \cap C') = 11$ ,  
 $n((B - A) \cap (B - C)) = 15$ ,  $n(A \cap B \cap C) = 20$ ,  $n((A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)) = 47$   
 และ  $n(C) = 59$  แล้ว  $n(A' \cap B' \cap C)$  เท่ากับเท่าใด

27. ถ้า  $S = \{x \in R \mid \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{7x+1}\}$  เมื่อ  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง  
 แล้ว ผลบวกของสมาชิกใน  $S$  เท่ากับเท่าใด

28. ให้  $A$  เป็นเซตของจำนวนเฉพาะบวกที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10

$B$  เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 10

และ  $C$  เป็นเซตของฟังก์ชัน  $f: A \rightarrow B$  ทั้งหมดที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

และ ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $f(a)$  ไม่เท่ากับ 1 สำหรับทุกค่า  $a \in A$  จำนวนสมาชิกในเซต  $C$  เท่ากับเท่าใด

29. ให้  $\alpha$  และ  $\beta$  เป็นมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ถ้า  $\cos\left(\arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) + \sin\left(\arccos\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) = 1$  แล้ว  $\sin \beta$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

30. ค่าของ  $\frac{\cos 36^\circ - \cos 72^\circ}{\sin 36^\circ \tan 18^\circ + \cos 36^\circ}$  เท่ากับเท่าใด

31. ให้  $A$  และ  $B$  เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด  $2 \times 2$  โดยที่  $2A - B = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$  และ  $A - 2B = \begin{bmatrix} -5 & -8 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$   
ค่าของ  $\det(A^4 B^{-1})$  เท่ากับเท่าใด

32. ให้  $x, y, z$  และ  $w$  สอดคล้องกับสมการ  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & -1 \\ z & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & w \end{bmatrix}$   
ค่าของ  $4w - 3z + 2y - x$  เท่ากับเท่าใด

33. ให้  $\vec{u}, \vec{v}$  และ  $\vec{w}$  เป็นเวกเตอร์ กำหนดโดย  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} - d\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$   
เมื่อ  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $\vec{u} \cdot \vec{w} = 2$ ,  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = 3$ ,  $\vec{v} + \vec{w} = \vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$  เมื่อ  $q, r$  เป็น  
จำนวนจริง และ  $\vec{w}$  ขนานกับ  $-\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{3}\vec{k}$  แล้วค่าของ  $a + 4b + 2c$  เท่ากับเท่าใด

34. ให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ และ  $\bar{z}_2$  แทนสังยุค (conjugate) ของ  $z_2$   
ถ้า  $5z_1 + 2z_2 = 5$  และ  $\bar{z}_2 = 1 + 2i$  เมื่อ  $i^2 = -1$  แล้ว ค่าของ  $|5z_1^{-1}|$  เท่ากับเท่าใด

35. ถ้า  $\{a_n\}$  เป็นลำดับของจำนวนจริงที่  $a_n = \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^2}$  สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $n$   
แล้ว  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

36. กำหนดให้  $S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{\sqrt{k(k+1)} + k\sqrt{k+1}} \right)$  สำหรับ  $n = 1, 2, 3, \dots$  ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  เท่ากับเท่าใด

37. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และ  $f$  เป็นฟังก์ชัน ซึ่งกำหนดโดย  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x-2}{x-2} & , x < 2 \\ a-b & , x = 2 \\ x^2+ax+1 & , x > 2 \end{cases}$
- ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริงแล้ว ค่าของ  $a^2 + b^2$  เท่ากับเท่าใด

38. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $f: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชันโดยที่  $f'(x) = 3\sqrt{x} + 5$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$  และ  $f(1) = 5$  แล้วค่าของ  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x^2)-2}{f(x)}$  เท่ากับเท่าใด

39. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง ถ้า  $f: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชัน โดยที่  $f''(x) = 6x + 4$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$  และความชันของเส้นสัมผัสโค้ง  $y = f(x)$  ที่จุด  $(2, 19)$  เท่ากับ 19 แล้ว ค่าของ  $f(1)$  เท่ากับเท่าใด

40. กำหนดให้  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 300 โดยสร้างมาจากตัวเลขในเซต  $A$  และตัวเลขแต่ ละหลักไม่ซ้ำกัน เท่ากับเท่าใด

41. คณะกรรมการชุดหนึ่งมี 7 คน ประกอบด้วยประธาน รองประธาน เลขานุการและกรรมการอีก 4 คน จำนวนวิธีที่จัด กลุ่มคน 7 คนนี้ั่งประชุมรอบโต๊ะกลม โดยให้ประธานและรองประธานนั่งติดกันเสมอ แต่เลขานุการไม่นั่งติดกับรอง ประธาน เท่ากับเท่าใด

42. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 72 คะแนน ความแปรปรวน (ประชากร) เท่ากับ 600 ถ้ามีนักเรียนมาเพิ่มอีก 1 คน ซึ่งสอบได้ 60 คะแนน ทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปเป็น 70 คะแนน ความแปรปรวนของ ข้อมูลชุดใหม่เท่ากับเท่าใด

43. จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 4 คน มี 2 คน น้ำหนักเท่ากันและหนักน้อยกว่าอีก 2 คนที่เหลือ ถ้าฐานนิยม มัธยฐานและพิสัยของน้ำหนักของนักเรียน 4 คนนี้คือ 45, 46 และ 6 กิโลกรัม ตามลำดับ แล้วความแปรปรวนของน้ำหนักของนักเรียน 4 คนนี้เท่ากับเท่าใด

44. ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ถ้าสอบได้ 700 คะแนน แปลงคะแนนเป็นค่ามาตรฐานได้ 4 แต่ถ้าสอบได้ 400 คะแนน แปลงเป็นค่ามาตรฐานได้  $-2$  แล้วสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับร้อยละเท่าใด

45. ถ้าในปีหนึ่ง เดือนสิงหาคมมีวันจันทร์เพียง 4 วัน และวันศุกร์เพียง 4 วันเท่านั้น แล้ววันที่ 20 สิงหาคมในปีนี้จะตรงกับวันอะไร

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (วันจันทร์ให้ระบายนับเลข 1  | วันอังคารให้ระบายนับเลข 2   |
| วันพุธให้ระบายนับเลข 3      | วันพฤหัสบดีให้ระบายนับเลข 4 |
| วันศุกร์ให้ระบายนับเลข 5    | วันเสาร์ให้ระบายนับเลข 6    |
| วันอาทิตย์ให้ระบายนับเลข 7) |                             |

46. มีกล่องลูกหินสีดำจำนวน 221 ลูก และกล่องลูกหินสีขาวจำนวน 260 ลูก ต้องการแบ่งลูกหินทั้งสองกล่องนี้ออกเป็นกองเล็กๆ โดยที่

- (1) แต่ละกองมีสีเดียวกัน
- (2) ลูกหินแต่ละกองมีจำนวนเท่ากัน

ถ้าต้องการให้จำนวนลูกหินในกองเล็กๆเหล่านี้มีจำนวนมากที่สุด แล้วจะแบ่งได้กี่กอง

47. กำหนดให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง

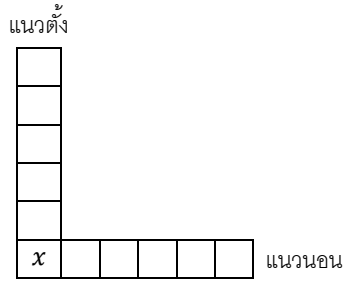
บทนิยาม ให้  $f: R \rightarrow R$  และ  $g: R \rightarrow R$  เป็นฟังก์ชันใดๆ  
กำหนดการดำเนินการ  $\otimes$  ของ  $f$  และ  $g$  ดังนี้  
$$(f \otimes g)(x) = f(g(x)) - g(f(x))$$
สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

ถ้า  $f(x) = x^2 - 1$  และ  $g(x) = 2x + 1$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$  แล้ว  $(f \otimes g)(1)$  เท่ากับเท่าใด

48. ถ้า  $a, b, c, d$  เป็นเลขโดดที่แตกต่างกันที่ทำให้จำนวนเต็ม 4 หลัก  $dcb a$  เท่ากับ 9 เท่าของ  $abcd$  แล้ว  $b$  เท่ากับเท่าใด



49. พิจารณารูปต่อไปนี้



ให้เติมจำนวนเต็มบวก  $1, 2, 3, \dots, 11$  ลงในช่องรูปสี่เหลี่ยมช่องละ 1 จำนวน โดยให้ผลบวกของจำนวนในแนวตั้งเท่ากับ 43 และผลบวกของจำนวนในแนวนอน เท่ากับ 28 จำนวน  $x$  ในช่องรูปสี่เหลี่ยมมุม เท่ากับเท่าใด

50. พิจารณาการจัดเรียงลำดับของจำนวน  $2, 3, 4, 5, 6, \dots$  ในตารางดังต่อไปนี้

แถวที่					
1		9		17	...
2	2	8	10	16	...
3	3	7	11	15	...
4	4	6	12	14	...
5	5		13		...

จำนวน 2400 อยู่ในแถวที่เท่าใด

เฉลย

1. 4	11. 2	21. 3	31. 32	41. 192
2. 3	12. 2	22. 3	32. 6	42. 520
3. 4	13. 1	23. 3	33. 3	43. 6
4. 1	14. 2	24. 4	34. 5	44. 10
5. 2	15. 1	25. 1	35. 1	45. 7
6. 4	16. 2	26. 18	36. 1	46. 37
7. 3	17. 4	27. 5	37. 53	47. 7
8. 3	18. 2	28. 25	38. 6	48. 0
9. 4	19. 1	29. 0.5	39. 7	49. 5
10. 1	20. 2	30. 0.5	40. 44	50. 2

แนวคิด

45. 7

เดือนสิงหาคม มี 31 วัน = 4 สัปดาห์ กับเศษเหลือคือวันที่ 29, 30, 31 อีก 3 วัน

ถ้ามีวันจันทร์และวันศุกร์เพียง 4 วัน แสดงว่าเศษเหลือ 3 วันนั้น ต้องไม่มีวันจันทร์หรือศุกร์

ซึ่งเป็นไปได้แบบเดียว คือ 3 วันนั้น ต้องเป็นวัน อังคาร พุธ พฤหัสบดี จะได้วันที่ 29, 30, 31 คือวันอังคาร พุธ พฤหัสบดี

ดังนั้น วันที่ 20 จะได้จากการย้อนวันอังคารไป 9 วัน ได้เป็นวันอาทิตย์

48. 0

จะได้  $abcd \times 9 = dcba$  ดูหลักพัน จะได้  $a \leq 1$  ไม่งั้นคูณ 9 จะมีมากกว่า 4 หลัก

แต่  $a$  เป็นศูนย์ไม่ได้ ไม่งั้นในหลักหน่วยจะได้  $d = 0$  ซ้ำ ดังนั้น จะได้  $a = 1$

ดังนั้นในหลักพัน ได้  $d$  อย่างน้อย  $1 \times 9 = 9$  แต่  $d$  เกิน 9 ไม่ได้ ดังนั้น  $d = 9$  และหลักร้อยห้ามมีทด

ดังนั้น หลักร้อย จะได้  $b \times 9$  ห้ามทด ได้  $b \leq 1$  แต่  $a$  เป็น 1 ไปแล้ว จึงได้  $b = 0$